

ferte, wenn die Zweistrahlfälle durch viele systematische und nicht-systematische schwache Nebenanregungen gestört waren und die Voraussetzungen zur Anwendung dieser Näherung nicht für alle Nebenanregungen in Strenge erfüllt waren. Sie lieferte sogar bessere Ergebnisse als eine Vielstrahlrechnung, die eine ungenügende Zahl von Strahlen berücksichtigte. Es war im Experiment nur darauf zu achten, daß die Einstrahlrichtungen des Elektronenstrahls nicht mit einer niedrig indizierten Zonenachsenrichtung zusammenfielen oder in deren unmittelbarer Nähe lagen.

Nicht anwendbar war die Bethesche Näherung in solchen Grenzfällen, die zwar keine Mehrstrahlfälle waren, aber eine starke Kopplung der Nebenanregung ( $g-m$ ) zur immer angeregten Interferenz (002) aufwiesen. Im Kikuchi-Beugungsbild verlief dann das Linienpaar ( $g-m$ ) in der Nähe der Reflexe  $g = (002)$  und  $m = (m_1 m_2 m_3)$ , so daß der Anregungsfehler der ( $g-m$ )-ten Interferenz bezüglich (002) nahezu Null war. Eine solche Situation erfaßte die Zweistrahlnäherung nicht, sie lieferte schon dann ungenaue Strukturpotentiale, falls ein  $\varrho_{g-m}^{(002)} \cong v_0$  war.

Die Feinstrukturfigur der Laue-Reflexe, die bei Keildurchstrahlungsexperimenten zu beobachten ist, enthält neben der Information zur Bestimmung der Strukturpotentiale, in ihrer Intensitätsverteilung weitere Informationen, um Absorptionskoeffizienten zu bestimmen. Der Einfluß unelastisch gestreuter Elektronenwellen, der sich in einer Minderung der Intensität in den Laue-Reflexen bemerkbar macht, ist phänomenologisch durch Einführung komplexer Fourier-Koeffizienten des Kristallpotentials zu erfassen<sup>30</sup>. Ein weiterer Teil dieser Arbeit galt daher der Bestimmung des Imaginärteils des Strukturpotentials (002), der eng mit den Absorptions-Koeffizienten der einzelnen Wellenfelder verknüpft ist.

Herrn Professor Dr. K. MOLIÈRE danke ich vielmals für die Förderung dieser Arbeit. Besonders verpflichtet bin ich Herrn Dr. G. LEHMPFUHL und Herrn Dr. K. KAMBE, die jederzeit zu Diskussionen bereit waren. Ihnen verdanke ich wertvolle Ratschläge und viele Anregungen. — Die Max-Planck-Gesellschaft stellte für diese Arbeit ein Stipendium zur Verfügung, wofür ich hiermit meinen Dank aussprechen möchte.

<sup>30</sup> K. MOLIÈRE, Ann. Phys. Leipzig 34, 461 [1939].

## Stationäre Bereiche der Plasmadiode

HANS-PETER GOETZ \* und KARL GERHARD MÜLLER

Physikalisches Institut der Universität Bonn

(Z. Naturforsch. 26 a, 1253—1263 [1971]; eingegangen am 23. März 1971)

The plane collisionless plasma diode between two hot emitters is investigated. Only potential distributions with not more than one extremum are considered. The condition  $E^2 > 0$  is taken into account. Thus nonphysical solutions as given by other authors are excluded. As independent parameters the diode voltage and the neutral gas current on the emitters are introduced. In diagrams the type of potential distribution and the potential extremum are shown. Regions occur with several solutions or no solution of the Poisson equation. These regions are increased by a difference between the emitter temperatures and are decreased by a trapping of charge carriers near the potential extremum.

### 1. Problemstellung

Die Plasmadiode ist Gegenstand einer Reihe von neueren Veröffentlichungen. In den theoretischen Arbeiten werden Spezialfälle behandelt, die nur einen Bruchteil der experimentell realisierbaren Fälle erfassen. Außerdem wird in vielen Fällen die Bedingung  $E^2 > 0$  für das Quadrat des elektrischen Feldes nicht berücksichtigt. Aus diesem Grunde greifen wir die Berechnung der ebenen, stoßfreien Plasmadiode noch einmal wieder auf.

Als erstes wollen wir an Hand einer skizzierten Berechnung der Plasmadiode in die Problematik einführen.

Die ebene, stoßfreie Plasmadiode besitzt die experimentellen Parameter

Diodenspannung,  
Emittertemperaturen,  
Neutralgasströme auf die Emitter,  
Länge der Plasmadiode.

\* D 5.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Diese Parameter liefern mit Hilfe der Richardson-Gleichung für die Elektronenemission und der Langmuir-Saha-Gleichung für die Ionenerzeugung Randbedingungen für die Geschwindigkeitsverteilungsfunktionen der Ladungsträger. Die Bewegung der Ladungsträger in der Plasmadiode berechnet sich aus der Vlasov-Gleichung, das Potential aus der Poisson-Gleichung.

Die Lösungen dieses Gleichungssystems sind durch die Randbedingungen nicht vollständig bestimmt, es müssen noch zusätzliche Angaben über den Einfang von Ladungsträgern in der Nähe eines Potentialextremums gemacht werden. Die Verteilung dieser eingefangenen Ladungsträger kann nur unter Berücksichtigung von Stößen berechnet werden. Bisher wurde der Teilcheneinfang vernachlässigt, oder die Verteilungsfunktion der eingefangenen Ladungsträger wurde vereinfacht durch analytische Fortsetzung der Verteilungsfunktion der nicht eingefangenen Ladungsträger gewonnen.

Zur Lösung des Gleichungssystems gibt man einen Potentialverteilungstyp vor, charakterisiert durch die Potentiale der Emitter und der Extrema. Wir beschränken unsere Diskussion auf Potentialverteilungen mit höchstens einem Extremum. Mit vorgegebenen Werten dieser Potentiale und den Randbedingungen für Elektronen- und Ionenerzeugung lassen sich aus der Vlasov-Gleichung die Geschwindigkeitsverteilungen der Ladungsträger, die Raumladung und die elektrische Stromdichte berechnen. An Stelle der Ortskoordinate tritt das Potential als unabhängige Variable auf. Eine Integration der Poisson-Gleichung liefert die Feldstärke als Funktion des Potentials, eine weitere Integration die Potentialverteilung im Ort und damit die Länge der Plasmadiode.

In vielen Fällen kann man jedoch die Länge der Plasmadiode, gemessen an der charakteristischen Größe der Debye-Länge der Elektronen, als unendlich betrachten. Dies bedeutet, daß innerhalb der Plasmadiode ein quasineutrales Plasma mit verschwindender Raumladung und verschwindendem Feld existiert. Dann bestimmt sich das Potentialextremum aus der Forderung, daß für ein noch zu bestimmendes Plasmapotential Raumladung und elektrische Feldstärke verschwinden. Ohne Berechnung der Potentialverteilung gelingt es also, für einen Satz der experimentellen Parameter die abhängigen Parameter:

Potentialextremum,  
Plasmapotential,  
elektrische Stromdichte

zu ermitteln. Diese Werte beschreiben jedoch nicht unbedingt eine Lösung der Poisson-Gleichung, wie wir im folgenden erläutern wollen.

Bei Vorgabe eines Potentialverteilungstyps – einschließlich der Diodenspannung und ggf. des Potentialextremums – ergibt sich aus der Vlasov-Gleichung die Raumladung als Funktion des Potentials  $U$ . Setzt man  $\varrho(U)$  in die Poisson-Gleichung ein, so findet man nach Integration die elektrische Feldstärke  $E$  in der Form

$$E^2(U) = - (2/\epsilon_0) \int \varrho(U) dU + C. \quad (1)$$

Bei Potentialverteilungen mit einem Extremum bestimmt sich die Konstante  $C$  aus der Forderung, daß das Feld  $E$  im Extremum verschwindet. Bei monotonen Potentialverteilungen tritt die Konstante  $C$  an Stelle des abhängigen Parameters Potentialextremum.

Das Integral (1) der Poisson-Gleichung stellt nur dann eine physikalisch sinnvolle Lösung dar, wenn über der gesamten Diodenstrecke  $E^2 > 0$  gilt. Anderenfalls existiert keine Lösung für die vorgegebenen Parameter. Die Prüfung dieser Bedingung wurde bisher in vielen Berechnungen der Plasmadiode versäumt.

Das Ziel unserer Untersuchungen ist, für die ebene, stoßfreie Plasmadiode mit zwei heißen Emittern die Potentialverteilungen zu untersuchen. Hierbei beschränken wir uns auf Potentialverteilungen mit höchstens einem Extremum. Der Abstand der Emitter soll sehr groß sein gegenüber der Debye-Länge der Elektronen, so daß sich im Innern der Diode ein quasineutrales Plasma ausbilden kann. Für vorgegebene Temperaturen berechnen wir die charakteristischen Daten der Potentialverteilung in Abhängigkeit von den unabhängigen Parametern Diodenspannung und Neutralgasströme auf die Emitter und ermitteln die Existenzgrenzen der behandelten Potentialverteilungstypen. Insbesondere interessieren wir uns für Bereiche der unabhängigen Parameter, in denen keine oder mehrere stationäre Potentialverteilungen mit höchstens einem Extremum existieren. An Hand dieser Ergebnisse wollen wir den Einfluß von Ladungsträgereinfang und von unterschiedlichen Emittertemperaturen auf die Potentialverteilungen darstellen.

## 2. Stand der theoretischen Untersuchung

Die theoretische Untersuchung der ebenen Plasmadiode mit einem heißen Emitter (AUER<sup>1</sup>, MCINTYRE<sup>2</sup>, KUCHEROV und RIKENGLAZ<sup>3</sup>, BURGER<sup>4</sup>, HU und ZIERING<sup>5</sup>, OTT<sup>6</sup>) ist praktisch abgeschlossen. Der Stand der theoretischen Untersuchung der Zwei-Emitterdiode ist jedoch noch unvollständig. Die Tab. 1 bringt eine Übersicht über die bisherigen Rechnungen. Zum Vergleich haben wir auch unsere Arbeit eingetragen.

EICHENBAUM und HERNQUIST<sup>7</sup> untersuchen endlich lange Plasmadioden verschwindender Spannung. Als unabhängiger Parameter tritt neben der Länge allein das Verhältnis  $\alpha$  der Ladungsträgerdichten an den Emittern auf; Emittertemperaturen und Gas-Metall-Kombination gehen nicht in die Rechnung ein.


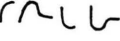


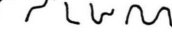

RYNN<sup>8</sup> stellt seine Rechnungen auf die  $Q$ -Maschine ab und setzt ein stoßbestimmtes, quasineutrales Plasma im Inneren der Diode voraus. Wegen des Auftretens von Mehrfachlösungen schließt Rynn

stationäre, ionenreiche Potentialverteilungen aus. Andererseits prüft er aber nicht die Bedingung  $E^2 > 0$ . Daher bleibt die Möglichkeit offen, daß diese Mehrfachlösungen auf eine Lösung reduziert werden können.

SESTERO und ZANNETTI<sup>9</sup> untersuchen die Plasmadiode zwischen zwei unterschiedlich heißen Emittern mit einem quasineutralen Plasma im Innern. Dabei machen sie die unzulässige Voraussetzung, daß das Plasmapotential mit dem Potentialextremum zusammenfällt. Außerdem prüfen sie nicht die Bedingung  $E^2 > 0$ .

FANG, FRASER und ALLEN<sup>10</sup> und TROPFMANN<sup>11</sup> beschreiben die Plasmadiode zwischen zwei gleich heißen Emittern mit einem quasineutralen Plasma im Innern. FANG, FRASER und ALLEN<sup>10</sup> geben Potentialextremum und Plasmapotential in Abhängigkeit von der Dichte der schweren Teilchen im Plasma und der Diodenspannung an, es fehlt jedoch eine Angabe darüber, ob die Bedingung  $E^2 > 0$  geprüft wurde. TROPFMANN<sup>11</sup> berechnet zuerst — ohne

Tab. 1. Literaturübersicht.

Autor	Potential- verteilungstyp	Emitter- tempera- turen	La- dungs- träger- einfang	Parameter unabh. abhängig	$E^2 > 0$	Bemerkungen	
EICHENBAUM u. HERNQUIST <sup>7</sup>		$T_2 = T_1$		$\alpha, L$	$U_E$	$U_2 - U_1 = 0$ $L$ endlich	
RYNN <sup>8</sup>		$T_2 = T_1$		$n_i p, i_n$	$U_E, U_P, I$	$L = \infty$ $T_1 = 2800 \text{ }^\circ\text{K}$	
SESTERO u. ZANNETTI <sup>9</sup>		$T_2 \neq T_1$	+	$(n_n + n_i) p$ $U_2 - U_1$	$U_E$	$U_P = U_E$ $T_1 = 2600 \text{ }^\circ\text{K}$ $L = \infty$ $T_1; 0,8 T_1$	
FANG, FRASER u. ALLEN <sup>10</sup>		$T_2 = T_1$		$(n_n + n_i) p$ $U_2 - U_1$	$U_E, U_P$	$L = \infty$ $T_1 = 2500 \text{ }^\circ\text{K}$	
TROPFMANN <sup>11</sup>		$T_2 = T_1$	+	$\alpha$ $U_2 - U_1$	$U_E, U_P$	+	$\beta = 1$ $L = \infty$
GOETZ u. MÜLLER		$T_2 \neq T_1$	+	$\alpha$ bzw. $i_n$ $U_2 - U_1$	$U_E, U_P$	+	$L = \infty$ $T_1 = 2000 \text{ }^\circ\text{K}$ $T_2 = T_1; 0,835 T_1$

$I$ : Diodenstrom;  $i_n$ : Neutralgasstrom auf die Emitter;  $L$ : Länge der Diode;  $(n_n, i) p$ : Dichte der Neutralteilchen bzw. Ionen im quasineutralen Plasma;  $U_E$ : Potentialextremum;  $U_P$ : Plasmapotential;  $U_2 - U_1$ : Potentialdifferenz der Emitter;  $\alpha$ : Verhältnis der Dichten der Ionen und Elektronen am Emitter 1;  $\beta$ : Ionisierungswahrscheinlichkeiten an den Emittern.

<sup>1</sup> P. L. AUER, J. Appl. Phys. **31**, 2096 [1960].

<sup>2</sup> MCINTYRE, J. Appl. Phys. **33**, 2485 [1962].

<sup>3</sup> R. KUCHEROV u. YA. RIKENGLAZ, Sov. Phys.-Techn. Phys. **7**, 941 [1963].

<sup>4</sup> P. BURGER, J. Appl. Phys. **35**, 3048 [1964].

<sup>5</sup> P. N. HU u. S. ZIERING, Phys. Fluids **9**, 2168 [1966].

<sup>6</sup> W. OTT, Z. Naturforsch. **22 a**, 1057 [1967].

<sup>7</sup> A. L. EICHENBAUM u. K. G. HERNQUIST, J. Appl. Phys. **32**, 16 [1961].

<sup>8</sup> N. RYNN, Phys. Fluids **9**, 165 [1966].

<sup>9</sup> A. SESTERO u. M. ZANNETTI, Nuovo Cim. B **51** (1), 230 [1967].

<sup>10</sup> M. R. C. FANG, D. A. FRASER u. J. E. ALLEN, Brit. J. Appl. Phys. **2**, 229 [1969].

<sup>11</sup> M. TROPFMANN, IPP 2/78, July 1969; IPP 2/82, August 1969; Z. Naturforsch. **25 a**, 504 [1970].

Rücksicht auf die Bedingung  $E^2 > 0$  – eine Mannigfaltigkeit von Lösungen, die er anschließend auf die physikalischen Lösungen reduziert. Er verwendet bei seiner Rechnung die etwas fragliche Annahme, daß die schweren Teilchen an den Emittoren mit Sicherheit ionisiert werden.

Fang, Fraser und Allen verneinen die Existenz von elektronenreichen Potentialverteilungen mit mehr als einem Extremum. Diese Aussage wird jedoch von Troppmann durch die Berechnung solcher Potentialverteilungen widerlegt.

Bisher liegen also für die Plasmadiode mit unterschiedlichen Emittertemperaturen nur die Berechnungen von Sestero und Zannetti vor mit der im allgemeinen nicht gültigen Voraussetzung, daß das Potentialextremum gleich dem Plasmapotential ist.

### 3. Grundgleichungen

Wir untersuchen die ebene Plasmadiode zwischen zwei heißen Emittoren (Index  $\sigma = 1, 2$ ). Die Länge  $L$  der Diode soll sehr viel größer sein als die Debye-Länge  $\lambda_D$  der Elektronen und sehr viel kleiner als die freie Weglänge  $\lambda$  der Ladungsträger:

$$\lambda_D \ll L \ll \lambda. \quad (2)$$

In der Diode sollen sich Elektronen (Index  $\kappa = e$ ) und einfach geladene Ionen (Index  $\kappa = i$ ) einer Gasart befinden. Ein Beschuß der Emittoren mit Neutralteilchen (Index  $\kappa = n$ ) bestimmt die Ionendichte in der Diode.

Zur Vereinfachung unserer Gleichungen führen wir für jede physikalische Größe einen charakteristischen Maßstab zur Normierung ein<sup>12</sup>:

Ladung $q$	:	$e$ (Elementarladung),
Masse $m$	:	$m_e$ (Elektronenmasse),
Temperatur $T$	:	$T_1$ ,
Ionisierungsarbeit $\Phi_i$	:	$k T_1$ ,
und Austrittsarbeit $\Phi_e$	:	$k T_1/e$ ,
Potential $U$	:	$(k T_1/m_e)^{1/2}$ ,
Geschwindigkeit $v_{\kappa\sigma}$	:	$n_{e1}$ ,
Dichte $n$	:	$\sqrt{2/\pi} n_{e1} (k T_1/m_e)^{1/2}$ ,
Teilchenstromdichte $i$	:	$(\epsilon_0 k T_1/2 e^2 n_{e1})^{1/2}$ .
Ortskoordinate $x$	:	

Wir unterscheiden die Ladungsträger nach Ladung ( $\kappa = e, i$ ) und Herkunft ( $\sigma = 1, 2$ ). Bei ihrer

Erzeugung am Emittor  $\sigma$  soll eine halbe Maxwell-Verteilung der Dichte  $n_{\kappa\sigma}$  und Temperatur  $T_\sigma$  vorliegen. Aus der Vlasov-Gleichung berechnet sich dann die Verteilungsfunktion in der Diode zu

$$f_{\kappa\sigma}(x, v_{\kappa\sigma}) = \begin{cases} \sqrt{2/\pi} n_{\kappa\sigma} \exp\{-v_{\kappa\sigma}^2/2 - q_\kappa(U - U_\sigma)/T_\sigma\} \\ 0 \end{cases} \quad (3)$$

Der Bereich, in dem die Verteilungsfunktion verschwindet, ist von dem Potentialverteilungstyp abhängig. Eine Integration der Poisson-Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U}{dx^2} &= -2 \sum_{\kappa\sigma} q_\kappa \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\kappa\sigma} dv_{\kappa\sigma} \\ &= -2 \sum_{\kappa\sigma} n_{\kappa\sigma} q_\kappa Q_{\kappa\sigma}(U) \end{aligned} \quad (4)$$

liefert das Quadrat des elektrischen Feldes

$$\begin{aligned} E^2(U) - E^2(U_0) &= - \sum_{\kappa\sigma} n_{\kappa\sigma} T_\sigma \int_{U_0}^U Q_{\kappa\sigma}(U) d\left(-\frac{q_\kappa U}{T_\sigma}\right) \\ &= \sum_{\kappa\sigma} n_{\kappa\sigma} T_\sigma G_{\kappa\sigma}(U) \end{aligned} \quad (5)$$

mit den so eingeführten Funktionen  $Q_{\kappa\sigma}(U)$  und  $G_{\kappa\sigma}(U)$ . Bei Potentialverteilungen mit einem Extremum  $U_E$  wählen wir  $U_0 = U_E$ ; die Konstante  $E^2(U_0)$  verschwindet dann.

In dieser theoretischen Beschreibung treten also die unabhängigen Parameter auf:

Verhältnis der Emittertemperaturen:

$$\bar{T}_2 = T_2/T_1,$$

normierte Diodenspannung:

$$\bar{U}_2 - \bar{U}_1 = e(U_2 - U_1)/k T_1,$$

normierte Dichte der erzeugten Ladungsträger der Sorte  $\kappa\sigma$  am Emittor:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{n}_{e2} &= n_{e2}/n_{e1}, \\ \bar{n}_{i1} &= n_{i1}/n_{e1} = \alpha, \\ \bar{n}_{i2} &= n_{i2}/n_{e1} \end{aligned} \right.$$

mit dem so definierten, in der Literatur häufig verwendeten Parameter  $\alpha$ .

In dieser Liste der theoretischen Parameter fehlt noch eine Angabe über den Ladungsträgereinfang bei Potentialverteilungen mit einem Extremum. Wir werden auf dieses Problem bei der Berechnung der Potentialverteilungen zurückkommen.

Vom Experiment her haben wir die unabhängigen Parameter<sup>13</sup>

<sup>12</sup> Gleichungen in normierten Größen kennzeichnen wir durch eine Überstreichung der Gleichungsnummer. Soll die Normierung einer Größe hervorgehoben werden, so überstreichen wir sie.

<sup>13</sup> Ströme, die auf die Emittoren auftreffen, kennzeichnen wir mit dem Symbol \*.



Emittertemperaturen:  $T_1, T_2$ ,  
 Diodenspannung:  $U_2 - U_1$ ,  
 Neutralgasstromdichten  
 auf die Emitter:  $i_{n1}^*, i_{n2}^*$   
 Länge:  $L$ .

Das Emittmaterial und damit die Elektronenaus-  
 trittsarbeiten  $\Phi_{e\sigma}$  und das Ionisierungspotential  $\Phi_i$   
 betrachten wir als gegebene konstante Werte.

Die Verbindung zwischen den experimentellen  
 und theoretischen Parametern läßt sich folgender-  
 maßen herstellen: Aus der Richardson-Gleichung  
 erhalten wir die Elektronendichte:

$$n_{e\sigma} = T_{\sigma}^{3/2} \exp\{-\Phi_{e\sigma}/T_{\sigma} + \Phi_{e1}\}. \quad (6)$$

Ein auf den Emitter auftreffendes Ion (Strom-  
 dichte  $i_{i\sigma}^*$ ) oder Neutralteilchen (Stromdichte  $i_{n\sigma}^*$ )  
 verläßt mit der Wahrscheinlichkeit  $\beta_{\sigma}$  den Emitter  
 als Ion (Stromdichte  $i_{i\sigma}$ ). Die entsprechende Dichte  
 $n_{i\sigma}$  der so erzeugten Ionen ergibt sich zu

$$\begin{aligned} n_{i\sigma} &= i_{i\sigma} (m_i/T_{\sigma})^{1/2} \\ &= \beta_{\sigma} (i_{i\sigma}^* + i_{n\sigma}^*) (m_i/T_{\sigma})^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

mit

$$\beta_{\sigma} = (1 + g_n/g_i \exp\{(\Phi_i - \Phi_{e\sigma})/T_{\sigma}\})^{-1} \quad (8)$$

$g_n, g_i$ : statistische Gewichte

aus der Langmuir-Saha-Gleichung. Die Stromdichte  
 $i_{i\sigma}^*$  der am Emitter  $\sigma$  auftreffenden Ionen ist von der  
 Potentialverteilung abhängig.

Wir wollen die Abhängigkeit von den frei wähl-  
 baren, experimentellen Parametern folgendermaßen  
 untersuchen. Als erstes reduzieren wir die Zahl der  
 Parameter durch die Annahme unendlicher Länge  
 und gleicher Neutralgasströme auf die Emitter:

$$L = \infty, \quad (9)$$

$$i_{n1}^* = i_{n2}^* = i_n. \quad (10)$$

An Stelle des freien experimentellen Parameters  $i_n$   
 wollen wir den freien theoretischen Parameter  $\alpha = \bar{n}_{i1}$   
 verwenden. Für die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  wäh-  
 len wir einige diskrete Werte. Dann können wir die  
 Abhängigkeit von den übrigen beiden Parametern  
 ( $\alpha, U_2 - U_1$ ) in einer Ebene darstellen.

Wir wollen die Grundgleichungen anwenden auf  
 monotone und einextremale Potentialverteilungen.  
 Bei den einextremalen Potentialverteilungen müssen  
 wir vier Typen unterscheiden, die wir angenähert  
 jeweils einem Quadranten der  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Ebene  
 zuordnen können (s. Abb. 1). Die Potentiale bezie-  
 hen wir auf die in den Verteilungen der Abb. 1 mit  
 einem Punkt bezeichneten Emitterpotentiale.

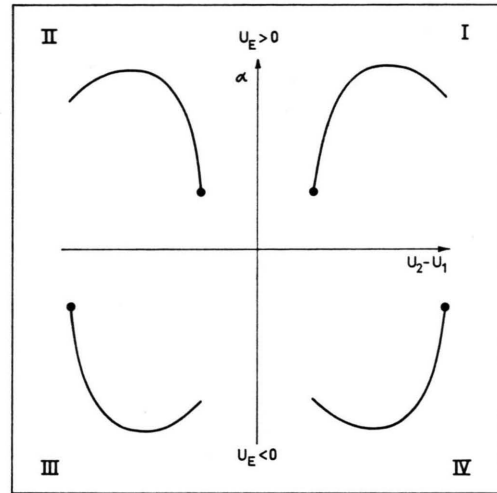


Abb. 1. Typen I, II, III, IV von einextremalen Potentialver-  
 teilungen  $U(x)$ , dargestellt im Parameterdiagramm  
 $\alpha, U_2 - U_1$ .

Bei den monotonen Potentialverteilungen müssen  
 wir die zwei Typen „monoton steigend“ und „mono-  
 ton fallend“ unterscheiden, die wir in Abb. 1 als  
 Übergang von Typ I nach Typ IV bzw. von Typ II  
 nach Typ III auffassen können.

Wir beginnen mit der Berechnung des Typs I der  
 einextremalen Potentialverteilungen ( $U_1 \leq U_2 \leq U_E$ )  
 und geben anschließend ein einfaches Verfahren an,  
 mit dem wir die Gleichungen des Typs I auf die an-  
 deren Typen übertragen können.

#### 4. Einextremale Potentialverteilungen mit $U_1 \leq U_2 \leq U_E$

Abbildung 2 zeigt eine einextremale Potential-  
 verteilung vom Typ I ( $U_1 \leq U_2 \leq U_E$ ). Der ge-  
 strichelte Teil charakterisiert das stoßfreie, quasi-

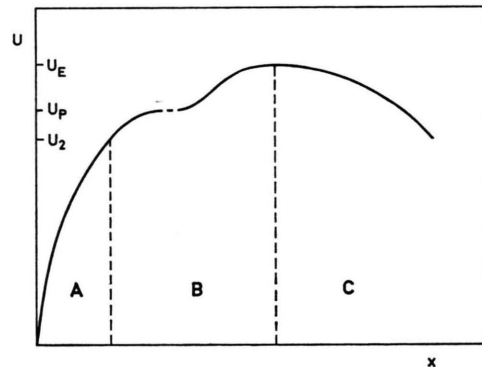


Abb. 2. Einteilung einer einextremalen Potentialverteilung  
 $U(x)$  vom Typ I in die Bereiche A, B, C.

neutrale Plasma, dessen Länge in die Theorie nicht eingeht. Das elektrische Feld  $E(U)$  und die elektrische Raumladung verschwinden an der Stelle  $U_P$ .

Zur weiteren Berechnung müssen wir die Diodenstrecke in die drei Teilbereiche A, B und C unterteilen. In den Bereichen B und C können Elektronen eingefangen werden. Ihre Geschwindigkeitsverteilung gewinnen wir aus folgendem Modell. Im Grenzfall „vollständiger Ladungsträgereinfang“ (Einfang-

parameter  $\gamma=1$ ) bestimmen wir diese Verteilung durch die Fortsetzung der Verteilung der nicht eingefangenen, nicht reflektierten Ladungsträger, im Grenzfall „kein Ladungsträgereinfang“ (Einfangparameter  $\gamma=0$ ) setzen wir sie gleich Null.

Für jeden Bereich A, B, C der Diode können wir jetzt aus der Lösung (3) der Vlasov-Gleichung die Beiträge der einzelnen Ladungsträgersorten  $\kappa, \sigma$  zur Raumladung berechnen. Hierbei unterscheiden wir

beschleunigte Elektronen mit

$$\varrho_{\kappa\sigma} = \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} [1 - \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\}^{1/2} ], \quad (11 a)$$

beschleunigte und eingefangene Elektronen mit

$$\varrho_{\kappa\sigma} = \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} [1 - \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\}^{1/2} + \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma}')/T_{\sigma} \right\}^{1/2} ], \quad (11 b)$$

vor dem anderen Emitter  $\sigma'$  reflektierte Elektronen mit

$$\varrho_{\kappa\sigma} = \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} [1 + \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma}')/T_{\sigma} \right\}^{1/2} ], \quad (11 c)$$

beschleunigte, vor dem anderen Emitter  $\sigma'$  reflektierte und eingefangene Elektronen mit

$$\varrho_{\kappa\sigma} = \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} [1 + \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma}')/T_{\sigma} \right\}^{1/2} - (2 - \gamma) \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\}^{1/2} ], \quad (11 d)$$

vor dem Extremum reflektierte Ionen mit

$$\varrho_{\kappa\sigma} = \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} [1 + \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_E)/T_{\sigma} \right\}^{1/2} ]. \quad (11 e)$$

nach Überwindung des Extremums beschleunigte Ionen mit

$$\varrho_{\kappa\sigma} = \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} [1 - \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_E)/T_{\sigma} \right\}^{1/2} ]. \quad (11 f)$$

Unter Berücksichtigung dieser Anteile erhalten wir für den Typ I die Raumladung

$$\begin{aligned} \varrho(U) = & \sum_{\kappa\sigma} q_{\kappa} n_{\kappa\sigma} \exp \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} \\ & \cdot [1 - \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\}^{1/2} \delta_{\kappa e} [\delta_{\sigma 1} + \delta_{\sigma 2} (1 - \delta_{\mu A}) (2 - \gamma)] \\ & + \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma}')/T_{\sigma} \right\}^{1/2} \delta_{\kappa e} [\delta_{\sigma 2} + \delta_{\sigma 1} (1 - \delta_{\mu A}) \gamma] \\ & + \operatorname{erf} \left\{ -q_{\kappa}(U - U_E)/T_{\sigma} \right\}^{1/2} \delta_{\kappa i} (-1) \delta_{\mu C} + \delta_{\sigma 2} ] \end{aligned} \quad (12)$$

und durch Integration über  $U$  das Quadrat des Feldes

$$\begin{aligned} E^2(U) = & - \sum_{\kappa\sigma} n_{\kappa\sigma} T_{\sigma} \{ \exp \{ \kappa \sigma \} \\ & \cdot [1 - (\operatorname{erf} \{ \kappa \sigma \})^{1/2} - 2/\sqrt{\pi} \{ \kappa \sigma \}^{1/2} \delta_{\kappa e} [\delta_{\sigma 1} + \delta_{\sigma 2} (1 - \delta_{\mu A}) (2 - \gamma)] \\ & + (\operatorname{erf} \{ \kappa \sigma' \})^{1/2} - 2/\sqrt{\pi} \exp \left\{ -q_{\kappa}(U_{\sigma'} - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} \{ \kappa \sigma' \}^{1/2} \delta_{\kappa e} [\delta_{\sigma 2} + \delta_{\sigma 1} (1 - \delta_{\mu A}) \gamma] \\ & + (\operatorname{erf} \{ \kappa E \sigma \})^{1/2} - 2/\sqrt{\pi} \exp \left\{ -q_{\kappa}(U_E - U_{\sigma})/T_{\sigma} \right\} \{ \kappa E \sigma \}^{1/2} \delta_{\kappa i} (-1) \delta_{\mu C} + \delta_{\sigma 2} ] - C_{\kappa\sigma} \} \end{aligned} \quad (13 a)$$

mit

$$\begin{aligned} \{ \kappa \sigma' \} &= \left\{ -q_{\kappa}(U - U_{\sigma}')/T_{\sigma} \right\}, \\ \{ \kappa E \sigma \} &= \left\{ -q_{\kappa}(U - U_E)/T_{\sigma} \right\} \quad \text{und dem Kronecker-Symbol } \delta. \end{aligned} \quad (13 b, c)$$

Die Konstanten  $C_{\kappa\sigma}$  sind so zu wählen, daß die geschweifte Klammer für  $U = U_E$  verschwindet.

Die Gln. (12) und (13) für den Typ I lassen sich übertragen auf den Typ II durch Vertauschung der Indizes  $\sigma = 1, 2$  in den Funktionen  $\varrho_{\kappa\sigma}$  und  $G_{\kappa\sigma}$ .

Beim Übergang von Typ I nach Typ III bzw. von Typ II nach Typ IV gelangen wir durch Vertauschung der Indizes  $\kappa = e, i$  zu diesen Funktionen.

Wir müssen jetzt noch die in Gl. (7) auftretenden Stromdichten  $i_{i\sigma}^*$  der auf die Emitter treffenden Ionen berechnen. Nur im Falle schwacher Ionisation können wir diese Ionen gegenüber den auftretenden Neutralteilchen vernachlässigen. Ein Bruchteil des Ionenstroms  $i_{i\sigma}$  gelangt zu dem anderen Emitter und besitzt nach Gl. (11 e) bzw. (11 f) mit  $U = U_E$  den Wert  $\exp\{-q_{\kappa}(U_E - U_{\sigma})/T_{\sigma}\}$ . Der übrige Anteil wird zum Emitter  $\sigma'$  reflektiert. Damit finden wir

$$i_{i\sigma}^* = i_{i\sigma} [1 - \exp\{-q_{\kappa}(U_E - U_{\sigma})/T_{\sigma}\}] + i_{i\sigma}' \exp\{-q_{\kappa}(U_E - U_{\sigma'})/T_{\sigma'}\}. \quad (14)$$

Durch geeignete Koeffizienten bei dem reflektierten und dem durchgelassenen Anteil läßt sich das Modell noch auf radialen Ionenverlust erweitern.

Diese für den Typ I entwickelte Gleichung gilt auch für Typ II. Mit  $U_E = U_1$  läßt sie sich anwenden auf Typ III, mit  $U_E = U_2$  auf Typ IV.

Die Gln. (11) bis (14) für einextremale Verteilungen vom Typ I lassen sich mit  $U_E = U_2$  und  $\mu = A$  auf monoton steigende Verteilungen übertragen. Mit  $U_E = U_2$  und  $\mu = A$  finden wir aus den Gleichungen des Typs II die Gleichungen für monoton fallende Verteilungen. Die Konstante  $C = \sum_{\kappa\sigma} C_{\kappa\sigma}$

muß dann so gewählt werden, daß innerhalb der Diode ein quasineutrales Plasma existiert.

## 5. Berechnung des Potentialextremums und des Plasmapotentials

Im letzten Abschnitt haben wir die Raumladung und das Quadrat der elektrischen Feldstärke als Funktionen des Potentials gewonnen. In die Gleichungen geht neben den freien Parametern noch das Potentialextremum  $U_E$  ein, welches durch unsere Voraussetzung (17) unendlicher Länge der Plasmadiode festgelegt wird. Bei monotonen Potentialverteilungen haben wir an Stelle des abhängigen Parameters  $U_E$  den abhängigen Parameter  $C = \sum_{\kappa\sigma} C_{\kappa\sigma}$  der Gl. (13). Es muß also innerhalb der Diode ein quasineutrales Plasma mit dem Potential  $U_P$  existieren, für das gilt:

$$\varrho(U_P) = 0, \quad (15)$$

$$E^2(U_P) = 0. \quad (16)$$

Wir wollen die beiden Potentiale  $U_E$  und  $U_P$  folgendermaßen berechnen.

Wir geben die experimentellen Parameter  $(U_2 - U_1)$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  vor. Den noch freien Parameter

$\alpha$  versuchen wir so zu wählen, daß bei vorgegebenem Potentialextremum  $U_E$  die Bedingungen (15), (16) für die Existenz eines quasineutralen Plasmas und die Bedingung  $E^2 > 0$  erfüllt sind. In Abb. 3 haben wir eine Schar von  $E^2(U)$ -Kurven mit dem Kurvenparameter  $\alpha$  aufgetragen. Von der untersten Kurve zur obersten Kurve wächst  $\alpha$  an. Diese Abhängigkeit gilt für die Typen I und II, bei den Typen III und IV ist diese Abhängigkeit umgekehrt.

Die dick ausgezogene Kurve b gehört zu der Potentialverteilung mit einem quasineutralen Plasma im Innern, die Kurve c verletzt die Bedingung  $E^2 > 0$ , die Kurve a gehört zu endlich langen Potentialverteilungen. Die Schnittpunkte der Kurven vom Typ c mit der Abszisse ordnen jedem  $U$ -Wert einen  $\alpha$ -Wert zu, der sich aus Gl. (5) mit  $E^2 = 0$  berechnet:

$$\alpha = \frac{-\sum_{\sigma} n_{e\sigma} T_{\sigma} G_{e\sigma}}{\sum_{\sigma} (n_{i\sigma}/n_{i1}) T_{\sigma} G_{i\sigma}}. \quad (17)$$

Für die dick ausgezogene Kurve und damit für die gesuchte Potentialverteilung ist dieser  $\alpha$ -Wert maximal (bzw. minimal für die Typen III und IV)

$$\left. \frac{\partial \alpha}{\partial U} \right|_{E^2=0} = 0. \quad (18)$$

Damit bietet sich folgendes Verfahren zur Bestimmung der gesuchten Potentialverteilung und des Zusammenhangs der Parameter  $U_E$ ,  $U_P$ ,  $\alpha$  an. Aus Gl. (17) berechnen wir  $\alpha$  als Funktion von  $U$  und suchen den Maximalwert von  $\alpha$  auf. Liegt der zugehörige Potentialwert im Innern der Potentialverteilung, so haben wir eine Potentialverteilung mit einem quasineutralen Plasma gefunden. Liegt der zugehörige Potentialwert am Rand, so müssen wir noch prüfen, ob hier Gl. (18) gilt, oder ob wir eine in Abb. 4 dargestellte Situation haben. In einem solchen Fall existiert keine unendlich lange Potentialverteilung.

Die übliche  $E^2(U)$ -Kurve für eine unendlich lange Potentialverteilung zeigt eine W-Form mit den beiden Nullstellen am Plasmapotential und am Potentialextremum (s. Abb. 3). Im Plasmapotential und an einer Stelle zwischen Plasmapotential und Extremum verschwindet die Ableitung, die Raumladung wechselt dort ihr Vorzeichen. Vor dem Emitter 1 liegt eine einfache Schicht, vor dem Emitter 2 eine Doppelschicht. In bestimmten Parameterbereichen wird die einfache W-Form durch eine zusätzliche Ausbuchtung nach unten verändert, wie es in Abb. 5 sich andeutet. Hier treten zwei weitere Stellen ver-

Abb. 3–6. Quadrat des elektrischen Feldes  $E^2$  als Funktion des Potentials  $U$  einer einextremalen Potentialverteilung. Der Bereich C wurde anschließend an die Bereiche A und B gezeichnet, daher die wieder abnehmenden Werte von  $U$ . Zur besseren Darstellung wurde nicht  $E^2$ , sondern  $10 \cdot E^2$  als Ordinate aufgetragen.  $e(U_E - U_1)/kT_1 = 3$ ;  $\gamma = 0$  (kein Ladungsträgereinfang).

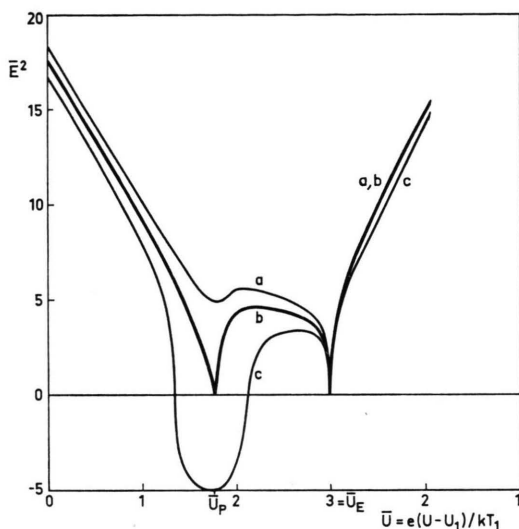


Abb. 3.  $e(U_2 - U_1)/kT_1 = 1,95$ ;  $T_2 = T_1$ ;  $\alpha = 3,90$ ;  $4,23$ ;  $4,50$ .  
(a) (b) (c)

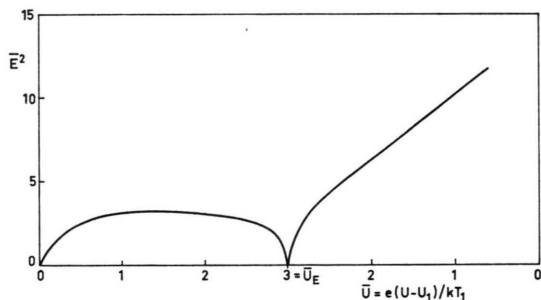


Abb. 4.  $e(U_2 - U_1)/kT_1 = 0,6$ ;  $T_2 = 0,835 T_1$ ;  $\alpha = 0,03$ .

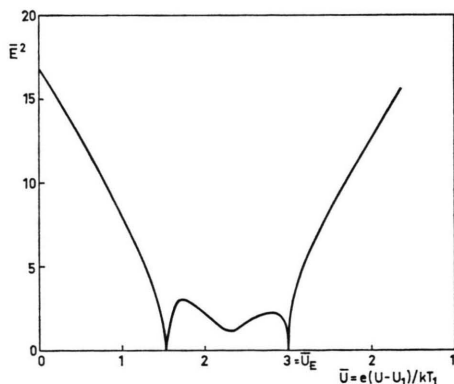


Abb. 5.  $e(U_2 - U_1)/kT_1 = 1,65$ ;  $T_2 = T_1$ ;  $\alpha = 4,10$ .

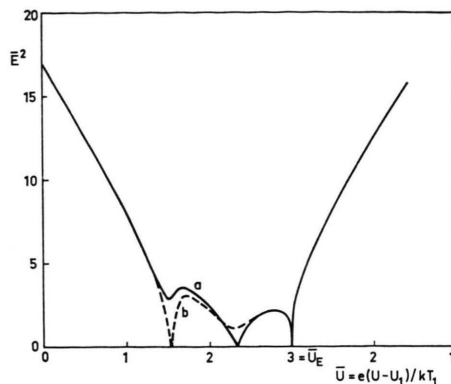


Abb. 6.  $e(U_2 - U_1)/kT_1 = 1,62$ ;  $1,65$ ;  $T_2 = T_1$ ;  $\alpha = 4,13$ ;  $4,10$ .  
(a) (b)

schwindender Raumladung auf, vor dem Emitter 2 liegen zwei Doppelschichten. Bei Veränderung eines freien Parameters kann das zusätzliche Minimum sich der Abszisse bis zur Berührung nähern (siehe Abb. 6). Wir haben dann den Fall zweier Stellen  $U_{P1}$  und  $U_{P2}$ , an denen die Bedingungen (17) und (18) für ein quasineutrales Plasma erfüllt sind. Bei einer weiteren, gleichsinnigen Änderung des freien Parameters hebt das ursprüngliche Minimum ab, das Plasmapotential hat sich also sprunghaft geändert. Bei diesem Sprung verschiebt sich eine Doppelschicht vom Emitter 2 zum Emitter 1. Eine weitere Änderung des freien Parameters bringt das ursprüngliche Minimum und die damit verbundene Doppelschicht zum Verschwinden.

## 6. Berechnung der elektrischen Stromdichte der Diode

Wenn wir das Potentialextremum  $U_E$  kennen, können wir die elektrische Stromdichte der Diode berechnen. Zur Stromdichte tragen nur diejenigen Ladungsträger bei, die von einem Emitter  $\sigma$  zum anderen Emitter gelangen. Aus den Gln. (11 a), (11 d), (11 f) folgt deshalb für die elektrische Stromdichte  $j$  des Typs I

$$j = \sum_{\sigma} \cdot [(-1)^{\sigma+1} n_{i\sigma} \exp \{-(U_E - U_{\sigma})/T_{\sigma}\} \sqrt{T_{\sigma}/m_i} - (-1)^{\sigma+1} \exp \{-(U_{\sigma} - U_1)/T_{\sigma}\} T_{\sigma}^2 \cdot \exp \{-\Phi_{e\sigma}/T_{\sigma} + \Phi_{e1}\}] \cdot (I9)$$

Ersetzen wir  $U_1$  durch  $U_2$ , so erhalten wir die Stromdichte des Typs II. Eine Vertauschung von  $U_E$  und  $U_1$  (bzw.  $U_2$ ) liefert den Übergang von Typ I (bzw. II) nach Typ III (bzw. IV).



## 7. Ergebnisse

Wir haben die unendlich ausgedehnte Plasma-diode für folgende Parameter numerisch berechnet:

Emittertemperaturen:	$T_1 = 2000^\circ\text{K}$ ; $T_2 = T_1$ ; $0,835 T_1$ ;
Emittermaterial:	Wolfram;
Arbeitsgas:	Caesium;
Einfang von Ladungsträgern:	Grenzfälle, kein Einfang bzw. vollständiger Einfang ( $\gamma = 0$ ; 1);
Diodenspannung:	$-3 \leq e(U_2 - U_1)/kT_1 \leq +3$ ;
Verhältnis der Dichten der erzeugten Ionen und Elektronen:	$10^{-3} \leq \alpha \leq 10^{+3}$ .

Wegen der niedrigen Temperaturen sind die Ionisationswahrscheinlichkeiten  $\beta_s$  von der Größenordnung  $10^{-2}$ , es liegt der Fall schwacher Ionisation vor.

Bei unserer numerischen Untersuchung interessieren wir uns für folgende wichtige Eigenschaften der Diode in Abhängigkeit von den freien Parametern:

Typ der Potentialverteilung,  
Potentialextremum  $U_E$ ,  
Plasmapotential  $U_P$ .

Schon aus diesen Größen läßt sich mit Gl. (19) der Strom der Diode ermitteln. Der detaillierte örtliche Verlauf der Potentialverteilung ist nicht wesentlich. Wir bringen daher nur demonstrative Beispiele.

Wie schon in den vorhergehenden Abschnitten angekündigt, stellen wir unsere Ergebnisse in einem  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Diagramm dar. Zusätzlich zu  $\alpha$  haben wir noch die Stromdichte  $i_n^*$  der Neutralteilchen auf die Emitter angegeben. Alle Größen sind normiert mit den auf S. 1256 angegebenen charakteristischen Größen.

In diesem  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Diagramm stellen wir dar:

Existenzbereich der Typen:

- Grenzen zwischen einextremalen und monotonen Verteilungen (—●—),
- Grenzen von einextremalen Verteilungen ohne Übergang zu monotonen Verteilungen (—■—),
- Grenzen von monotonen Verteilungen ohne Übergang zu einextremalen Verteilungen (—◆—),
- Grenzen zwischen zwei einextremalen Typen und Kurven für die Existenz von zwei Plasmapotentialen (— — — —) und Kurven mit  $\bar{U}_E = \text{const.}$

Als Parameter der  $(\bar{U}_E = \text{const.})$ -Kurven haben wir für die Typen I und III  $(\bar{U}_E - U_1)$  und für die Typen II und IV  $(\bar{U}_E - U_2)$  gewählt:

$$\bar{U}_E = e(U_E - U_1)/kT_1, \text{ Typ I, III,} \quad (20)$$

$$\bar{U}_E = e(U_E - U_2)/kT_1, \text{ Typ II, IV.}$$

Betrachten wir als erstes das  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Diagramm der Abb. 7 für gleiche Emittertemperaturen und verschwindenden Ladungsträgereinfang entlang einer vertikalen Geraden  $\bar{U}_2 - \bar{U}_1 = \text{const} = 2,0$ . Bei kleinen  $\alpha$ -Werten existieren einextremale, elektronenreiche Potentialverteilungen mit negativem Extremum, wie es das eingezeichnete Beispiel zeigt. Eine solche Potentialverteilung besitzt zwei Wendepunkte, an denen die Raumladung ihr Vorzeichen wechselt. Damit existiert vor Emitter 1 eine Doppelschicht und vor Emitter 2 eine einfache negative Schicht.

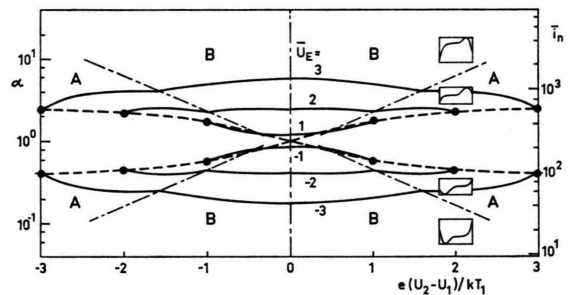


Abb. 7. Existenzbereiche einextremaler und monotoner Potentialverteilungen mit einem quasineutralen Plasma im Innern. Kurvenparameter: Potentialextremum  $U_E$  [siehe Gl. (20)]. Bedeutung der gestrichelten Kurven s. S. 1261.  $T_2 = T_1$ ;  $\gamma = 0$  (kein Ladungsträgereinfang).

Mit wachsenden Werten von  $\alpha$  nimmt der Betrag des Extremums ab. Bei  $\alpha = 0,17$  springt die Lage des quasineutralen Plasmas vom Bereich B in den Bereich A (Kurve — — —). In der Umgebung dieses  $\alpha$ -Wertes tritt die in Abschn. 5 an Hand der Abb. 5 und 6 diskutierte, besondere Situation mit einer zusätzlichen Doppelschicht auf. Bei  $\alpha = 0,42$  (Kurve — — ● — —) liegt das quasineutrale Plasma am Emitter 1. Gleichzeitig wird  $U_E = U_1$ , und wir haben einen Übergang zu monoton steigenden Potentialverteilungen. Mit weiter wachsendem  $\alpha$  verschiebt sich das quasineutrale Plasma der monotonen Potentialverteilungen zum Emitter 2. Bei  $\alpha = 2,4$  ist mit  $U_E = U_P = U_2$  der Übergang zu den einextremalen, ionenreichen Potentialverteilungen mit positivem Extremum erreicht. Bei  $\alpha = 6,0$  springt die Lage

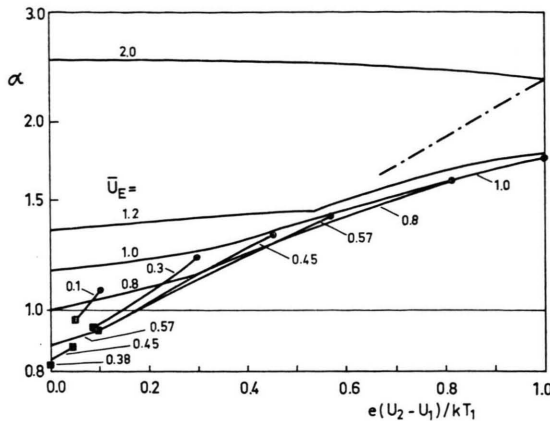


Abb. 8. Vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 7.

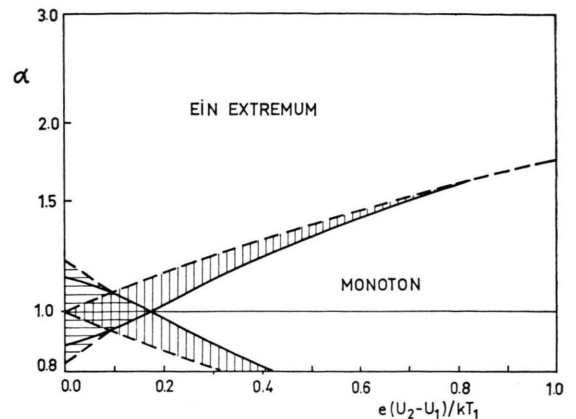


Abb. 9. Bedeckung des Parameterbereichs der Abb. 8 mit Potentialverteilungen.

des quasineutralen Plasmas aus dem Bereich A in den Bereich B. Die Form der Potentialverteilung geht aus den eingezeichneten Beispielen hervor.

Eine Folge solcher Potentialverteilungen hat Troppmann berechnet, allerdings für die Voraussetzung  $\beta=1$  für die Ionisierungswahrscheinlichkeit. Bei den elektronenreichen Verteilungen ( $\alpha < 1$ ) ist der Einfluß dieser Voraussetzung gering. Auch Troppmann findet das besondere, von uns gefundene Verhalten der Potentialverteilungen bei  $(U_2 - U_1) = 2$  und  $\alpha = 0,17; 0,42; 2,4$ , allerdings bei den  $\alpha$ -Werten  $0,16; 0,48; 13$ , wie aus Abb. 7 a seiner letzten Veröffentlichung<sup>11</sup> hervorgeht.

Die Spiegelsymmetrie unserer Kurven bezüglich der horizontalen Geraden  $\alpha=1$  ist durch  $n_{i1}=n_{i2}$  über die geringe Ionisierungswahrscheinlichkeit  $\beta$  verursacht.

In Abb. 7 ist die  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Ebene i. allg. einfach bedeckt mit den Existenzbereichen einextremaler oder monotoner Potentialverteilungen. Abweichungen hiervon bei kleinen  $\bar{U}_E$ - und  $(U_2 - U_1)$ -Werten zeigen die Abb. 8 und 9. Wir betrachten die  $(\bar{U}_E = \text{const})$ -Kurven beim Übergang zu monotonen Verteilungen (Endpunkte: ●). Für  $(U_2 - U_1) > 0,9$  starten diese Kurven nach oben, für  $(U_2 - U_1) < 0,9$  jedoch nach unten. Hierdurch kommt in einem schmalen Bereich zu der einfachen Belegung mit monotonen Verteilungen noch eine zusätzliche, zweifache Belegung mit einextremalen Verteilungen hinzu. Von einigen dieser nach unten startenden  $(\bar{U}_E = \text{const})$ -Kurven existieren jedoch nur Teilstücke (Endpunkte: ■).

Beim Überschreiten der Kurve für die Existenz zweier Plasmapotentiale ändert sich das Plasma-

potential unstetig, die Lage des quasineutralen Plasmas springt aus einem der Bereiche  $\mu = A, B, C$  in einen anderen. Die Lage des quasineutralen Plasmas ist durch die Angabe des Bereichs charakterisiert. In der Umgebung dieser Kurven besitzen die Potentialverteilungen eine zusätzliche Doppelschicht, die beim Überschreiten dieser Kurven von einem Emitter zum anderen übergeht.

Wir können unsere Ergebnisse mit denen von Eichenbaum und Hernquist vergleichen. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, daß diese Autoren eine große, aber endliche Länge der Plasmadiode voraussetzen. Diese Autoren erfassen den Bereich  $0,05 \leq \alpha \leq 20$  mit  $U_2 = 0$  und weisen auf Doppel-

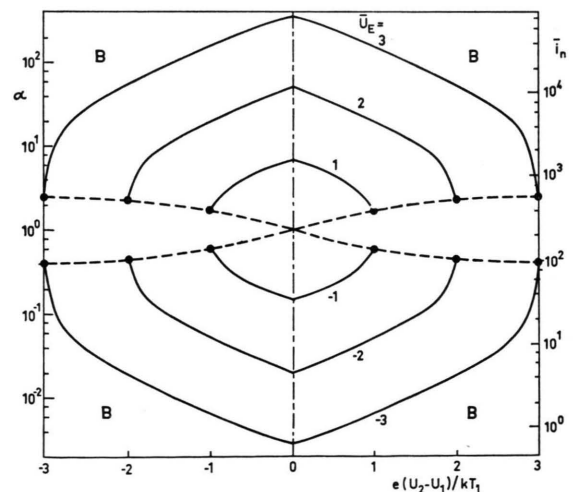


Abb. 10. Existenzbereiche einextremaler und monotoner Potentialverteilungen mit einem quasineutralen Plasma im Innern. Kurvenparameter: Potentialextremum  $\bar{U}_E$  [s. Gl. (20)]. Bedeutung der gestrichelten Kurven s. S. 1261.

$T_2 = T_1$ ;  $\gamma = 1$  (Ladungsträgereinfang).

lösungen hin im Bereich  $0,81 \leq \alpha \leq 1,23$ . Dies stimmt praktisch überein mit unseren Ergebnissen.

Beim Übergang zu Abb. 10 erkennen wir den Einfluß des Ladungsträgereinfangs. Die doppelte Bedeckung verschwindet, die  $(\bar{U}_E = \text{const})$ -Kurven zeigen beim Übergang zu den monotonen Verteilungen einen sehr steilen Verlauf. Dies bedeutet, daß die in sehr flachen Potentialmulden eingefangenen Ladungsträger die Potentialverteilung noch wesentlich verändern können. Das Plasmapotential einer einextremalen Verteilung wird durch den Ladungsträgereinfang ins Extremum verschoben.

Beim Übergang zu unterschiedlichen Emittertemperaturen in Abb. 11 und 12 wird die Symmetrie in der  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Ebene zerstört. Ohne Ladungsträgereinfang existiert Typ III der einextremalen Potentialverteilungen nicht und Typ IV nur in einem sehr kleinen Bereich. Der Bereich ohne einextremale und monotone Verteilungen ist durch Schraffur gekennzeichnet. Der Ladungsträgereinfang reduziert diese schraffierten Bereiche auf die Umgebung kleiner  $(U_2 - U_1)$ - und  $\bar{U}_E$ -Werte, wo der Einfluß des Ladungsträgereinfangs geringer ist. Ähnlich wie für

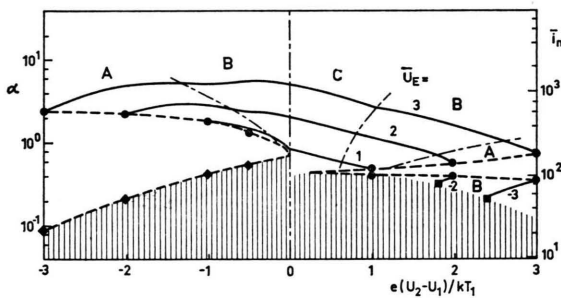


Abb. 11. Existenzbereiche einextremaler und monotoner Potentialverteilungen mit einem quasineutralen Plasma im Innern. Kurvenparameter: Potentialextremum  $\bar{U}_E$  [s. Gl. (20)].

Bedeutung der gestrichelten Kurven s. S. 1261.

$T_2 = 0,835 T_1$ ;  $\gamma = 0$  (kein Ladungsträgereinfang).

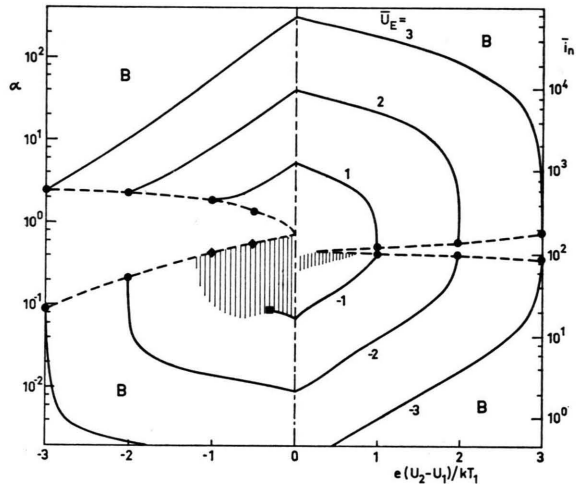


Abb. 12. Existenzbereiche einextremaler und monotoner Potentialverteilungen mit einem quasineutralen Plasma im Innern. Kurvenparameter: Potentialextremum  $\bar{U}_E$  [s. Gl. (20)].

Bedeutung der gestrichelten Kurven s. S. 1261.

$T_2 = 0,835 T_1$ ;  $\gamma = 1$  (Ladungsträgereinfang).

$T_1 = T_2$  und  $\gamma = 0$  treten für kleine Werte von  $\bar{U}_E$  und  $(U_2 - U_1)$ -Bereiche mehrfacher Überdeckung auf, die jedoch durch den Ladungsträgereinfang nicht gänzlich verschwinden.

Im Hinblick auf die Rechnungen von Sestero und Zannetti stellen wir fest, daß die Annahme  $U_E = U_P$  nur für  $T_1 = T_2$  und Ladungsträgereinfang in der ganzen  $(\alpha, U_2 - U_1)$ -Ebene ungefähr und exakt nur auf speziellen Kurven gilt.

Wir können aus unseren Ergebnissen auch auf endlich lange Potentialverteilungen schließen. Wie Abb. 3 zeigt und in Abschn. 5 ausgeführt wurde, liefert bei den Typen I und II eine Erhöhung von  $\alpha$  bei festgehaltenen Werten von  $(U_E - U_1)$  und  $(U_2 - U_1)$  den Übergang von den von uns berechneten unendlich langen Plasmadioden zu den endlich langen Plasmadioden.